Première S

:

EXERCICE 1

Pour tout $m \in R$ On considère l' équation suivante :

$$(E_m) : (m+3)x^2 - 2(m+2)x + m + 3 = 0$$

1. Discuter suivant les valeurs de m l' existence et le nombre de solutions de l' équation (E_m)
2. (E_{2024}) admet-elle de solution ? Justifier. Si oui , préciser sa solution
3. Pour quelles valeurs de m cette équation admet deux racines strictement positives ?

EXERCICE 2

1. Dans l'équation $(m-2)x^2 - 2x(m+1) + 2m + 1 = 0$
   déterminez si possible les valeurs de m pour lesquelles cette équation admette 2 racines distinctes positives. On précise que m est différent de 2
2. Dans l'équation $(m-6)x^2 - 4x(m-1) + m - 3 = 0$, déterminez si possible les valeurs de m pour lesquelles cette équation admette 2 racines de signes opposés. On précise que m est différent de 6
3. Dans l'équation $(3m-4)x^2 - x(2m+1) - (3m+1) = 0$, déterminez si possible les valeurs de m pour lesquelles cette équation admette 2 racines de signes opposés, la négative ayant la plus grande valeur absolue. On précise que m est différent de $\frac{4}{3}$
4. Déterminez si possible m pour que l'équation suivante admette une seule racine et que celle-ci soit positive : $mx^2 + 2x(m-1) - (m+1) = 0$.On précise que m est différent de 0.
5. Déterminez si possible m pour que l'équation suivante admette 2 racines négatives :
   $(m-2)x^2 + 2x(m-2) + 4m - 7 = 0$. On précise que m est différent de 2.
6. Déterminez si possible m pour que l'équation suivante admette 2 racines négatives :
   $$(m-3)x^2 + x(m-1) + m + 2 = 0$$
   . On précise que m est différent de 3.
7. Déterminez le nombre et le signe des racines des équations suivantes en fonction de la valeur du paramètre de m.
   (a) $(m-6)x^2 - 4x(m-1) + m - 3 = 0$. On précise que m est différent de 6.
   (b) $(m-2)x^2 + 2x(m-3) + 5m - 6 = 0$. On précise que m est différent de 2.
   (c) $(m^2 + m - 2)x^2 + 2x(m+1) - (m+1) = 0$. On précise que m est différent de 1 et de -2.
8. Déterminer le nombre de solutions de l'équation paramétrique suivante selon les valeurs de m, puis visualiser les résultats obtenus. $(m-1)x^2 - 2mx + m + 3 = 0(Em)$

EXERCICE 3

On donne l équation $(Em) : mx^2 + 2(m+1)x + m - 3 = 0$

1. Discuter suivant les valeurs de m de nombre de solutions de cette équation.
2. Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle deux solutions positives

EXERCICE 4

on considère l' équation $(m-1)x^2 - 4mx + 4m - 1 = 0$

1. Pour quelles valeurs de m l' equation est elle du second degré

2. On suppose que m différent de 1 .Pour quelles valeurs de m l' équation admet elle une racine double
3. Pour quelles valeurs de m l' équation admet -elle deux solutions réeles distincts

EXERCICE 5

1. En posant $X = x^2$, Résoudre les équations suivantes : $x^4 - x^2 - 6 = 0$;$4x^4 + 9x^2 + 2 = 0$; $5x^4 - 44x^2 - 9 = 0$
2. En posant $X = \sqrt{x}$, résoudre l' équation $4x + 5\sqrt{x} - 9 = 0$
3. Avec un changement de variable adapté, résoudre l' équation $\frac{5}{x^2} - \frac{6}{x} + 1 = 0$
4. Avec un changement de variable adéquate , résoudre l' équation $2sin^2(x) - sin(x) - 1 = 0$

EXERCICE 6

on considère l' équation $(E) : x^2 + (2 - m)x + m + 1 = 0$

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles cette équation admet
   (a) deux solutions strictement positive
   (b) deux solutions strictement négative
   (c) deux solutions de signes contraires
   (d) deux solutions opposées
2. On suppose que l' équation admet deux solutions x_1 et x_2 puis déterminer les racines doubles

EXERCICE 7

On donne $P(x) = (m^2 - 1)x^2 + (m^2 + 2m + 1)x + 1 + m$

1. Existe t-il une ou des valeurs du paramètre réel m tel que P(x)=0
2. Déterminer suivant les valeurs de m le degé de P

EXERCICE 8

Dans chacun des cas suivants déterminer les valeurs de m telles que léquation (E) admette respectivement deux solutions positives ,négative et deux solutions de signes contraires

$$mx^2 - (2m - 7)x + m + 5 = 0 \tag{1}$$

$$mx^2 - (2m + 3)x + m + 1 = 0 \tag{2}$$

$$(m - 3)x^2 - (2m - 1)x + m + 2 = 0 \tag{3}$$

EXERCICE 9

On donne l' équation $x^2 + (2t + 1)x + t^2 + 1$

1. discuter suivant les valeurs de t le nombre de solutions de cette équation
2. Pour quelles valeurs de t l' équation admet - elle deux solutions positives
3. Determiner les valeurs de t pour lesquels l' équation admet deux racines a et b tel que : $a^2 + b^2 = 29$ et $|a - b| = 1$

EXERCICE 10

On donne l'equation d'inconnue x oÃź m désigne un paramt̀re réel $(Em) : mx^3 + (m + 1)x^2 - (2m + 1)x - m + 2 = 0$

1. Trouver la valeur de m pour que 1 soit une solution de cette équation
2. Résoudre cette équation pour m = 2.

EXERCICE 11

Soit $P_m(x) = 6x^3 - (6m + 1)x^2 + (m - 15)x + 15m$

1. Vérifier que m est une racine de$P_m(x)$.
2. Déterminer toutes les racines de $P_m(x)$ puis écrire $P_m(x)$ sous forme d ?un produit de facteur du 1er degré.
3. Etudier le signe de $P_1(x)$.

EXERCICE 12

Determiner m pour que $mx^2 - 2(m - 1)x + 3m + 2 = 0$admette 1 pour racine puis déterminer alors l' autre racine

EXERCICE 13

1. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m l' existence et les solutions du systèmes

$$\begin{cases} mx+9y=1 \\ x+my=-2 \end{cases}$$

2. Résoudre de trois manières différentes le système suivant (par substitution, par la méthode du pivot de Gauss, et par la méthode de Cramer) :

$$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+7y=-2 \end{cases}$$

3. Choisir la méthode qui vous paraît la plus rapide pour résoudre, selon les valeurs de a, les système suivants :

$$\begin{cases} ax+y=2 \\ (a^2+1)x+2ay=1 \end{cases} \quad \text{(S1)}$$

$$\begin{cases} (a+1)x+(a-1)y=1 \\ (a-1)x+(a+1)y=1 \end{cases} \quad \text{(S2)}$$

   (a) Résoudre le système (S2) pour $(a,b)=(0,1)$

   (b) Trouver les valeurs de a pour que (S2) a comme solution vide .

EXERCICE 14

Etudier l' existence de solution du système

$$\begin{cases} ax+by+z=1 \\ x+aby+z=b \\ x+by+az=1 \end{cases}$$

EXERCICE 15

1. vérifier l' existence de solution des systèmes suivants.

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y=0 \\ x+4y+z=0 \end{cases} \quad \text{(S3)}$$

$$\begin{cases} x+y+2z=5 \\ x-y-z=1 \\ x+z=3 \end{cases} \quad \text{(S4)}$$

2. Résoudre ces systèmes par la méthode de Pivot de Gauss

EXERCICE 16

On considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x-y+z-t=1 \\ x+y-z-t=-1 \\ x+y+z-t=0 \\ x-y-z+t=2 \end{cases} \quad \text{(S4)}$$

1. que peut - on dire de l' existence de solution de ce système
2. Par la méthode de Pivot de Gauss , résoudre ce système dans $\mathbb{R}^4$