

Exercices de Divisibilité et Numération

Exercice 1 - Changement de base

1. Écrire le nombre 47 en base 5.
2. Soit $N = \overline{123}_{(5)}$. Convertir ce nombre en base 10.
3. Un nombre s'écrit $\overline{abc}_{(7)}$ en base 7.
 1. Donner son écriture en base 10 sous forme développée.
 2. Montrer que ce nombre est divisible par 6 si et seulement si $a + b + c$ est divisible par 6.

Exercice 2 - Construction de nombres

1. On considère les nombres de la forme $\overline{1b1}$ où b est un chiffre de 0 à 9.
 1. Pour quelles valeurs de b ce nombre est-il divisible par 3 ?
 2. Pour quelles valeurs de b ce nombre est-il divisible par 11 ?
2. Soit $N = \overline{6a4b2}$ un nombre à cinq chiffres divisible par 4 et par 9.
 1. Trouver toutes les valeurs possibles de a et b .
 2. Parmi ces nombres, lesquels sont divisibles par 5 ?

Exercice 3 - Divisibilité et opérations

1. Soit n un entier naturel. Montrer que :
 1. $n(n+1)$ est toujours pair
 2. $n(n+1)(n+2)$ est toujours divisible par 6
2. Soit a et b deux entiers naturels. On sait que a divise b .
 1. Montrer que a divise b^2 .
 2. Montrer que si a divise b et b divise a , alors $a = b$.
3. Trouver tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que $x^2 - y^2 = 2025$.

Exercice 4 - Problème de recherche

On écrit tous les nombres de 1 à 2025 les uns à la suite des autres pour former un très grand nombre.

1. Combien de chiffres utilise-t-on en tout ?
2. Si on prend les 2025 premiers chiffres de ce grand nombre, combien de fois le chiffre 5 apparaît-il ?
3. Quel est le 2025ème chiffre de ce grand nombre ?