

1) Ecris les nombres suivants à l'aide de puissances entières de nombres premiers.

$$A = \frac{36^2 \times 12^5 \times (-5)^3}{9^2 \times 5^2 \times (18)^3 \times (-4)^4} \quad B = \frac{(0,6)^2 \times 12^5 \times 53^3}{9^2 \times 5^2 \times (0,8)^3 \times (0,4)^4} \quad C = \frac{9^2 \times 125 \times (0,8)^3 \times (0,4)^4 \times 1,2 \times 0,6}{(0,6)^2 \times 12^5 \times 1,44 \times 54^3 \times (0,36)^2};$$

2) Simplifie $\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$ à l'aide de puissances positives de 2 et de 3.

3) Simplifie les expressions suivantes

$$A = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{8}}; B = \sqrt{(\sqrt{15} - 1)^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2} \quad C = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (1 - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{8})^2}; D = \frac{(3^{-2} \times 2^3)^4}{(3^4 \times 2^{-3})^5} \times \frac{(27 \times 8^2)^4}{[(3^{-1})^3 \times 2^7]^{-2}}$$

$$G = \frac{3 + \sqrt{5}}{7 + \sqrt{5}} - \frac{3 - \sqrt{5}}{7 - \sqrt{5}}; \quad I = \frac{3\sqrt{12} - \sqrt{48} - \sqrt{75}}{\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 3\sqrt{847}}; \quad J = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$$

$$K = \sqrt{6} + \sqrt{3 - \sqrt{3}} \times \sqrt{3 + \sqrt{3}}; \quad A = |2 - \sqrt{2}| + |1 - \sqrt{2}| - 3\sqrt{2}$$

1- Rends rationnels $A = \frac{-3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{-2\sqrt{2} - \sqrt{3}}, B = \frac{2}{3 - \frac{1}{1 - \sqrt{3}}}$ et $C = \frac{2 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2}$

2- Calcule $A = \left(\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{4}\right)^2$ et $B = (\sqrt{2 - \sqrt{2}} + \sqrt{2 + \sqrt{2}})^2$

3- On considère le réel $X = \sqrt{13 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{13 + 3\sqrt{7}}$

a) Détermine le signe de X puis calcule X^2 . En déduire la valeur de X.

4- Calcule : $A = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}$ et $B = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}} \times \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{3}}}$.

5- Comparer les nombres suivants :

a) $\sqrt{5} - 2$ et $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{5} - 3$ et $\sqrt{15 - 6\sqrt{5}}$ c) $2\sqrt{5} - 5$ et $\sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$

En déduire une écriture simple de $\sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$

6- Dans chaque cas, a et b sont deux réels strictement positifs. Compare A et B en étudiant le signe de A-B.

1^{ère} cas : $A = ab + 1$ et $B = (a + 1)(b + 1)$. 2^{ème} cas $A = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ et $B = 2$.

7- a est un nombre strictement négatif. Compare dans chaque cas x et y.

1^{ère} cas : $x = \frac{5a}{12}$ et $y = \frac{3a}{8}$. 2^{ème} cas $x = \frac{2}{3a}$ et $y = \frac{5}{6a}$.

8- Soient a et b deux réels strictement positifs. Démontre que $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

9- Soient a et b deux réels strictement positifs

Compare les nombres :