Calcul numérique et algébrique Dans R

Seconde

Table des matières

I Les différents ensembles de nombres

Définition:
- *L'ensemble des nombres* **entiers naturels** *: 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... est noté* $\mathbb{N}$.
- *L'ensemble des nombres* **entiers relatifs** *: ... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... est noté* $\mathbb{Z}$.
- *L'ensemble des nombres* **décimaux** *: -5,67 ; -2 ; 0,4 ; 1,217, ... est noté* $\mathbb{D}$. *Les nombres décimaux sont les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme* $\frac{a}{10^n}$, *avec a et n des entiers.*
- *L'ensemble des nombres* **rationnels** *:* $-\frac{3}{2}$; $-\frac{185}{4}$; *2 ; ... ; est noté* $\mathbb{Q}$. *Les nombres rationnels sont les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme* $\frac{a}{b}$ *où a et b sont des nombres entiers, avec b non nul.*
- *L'ensemble de tous les nombres s'appelle l'ensemble des* **nombres réels** *; on le note* $\mathbb{R}$. *L'ensemble des nombres réels est aussi l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée.*

Exemple Compléter le tableau suivant : si le nombre appartient à l'ensemble de nombres, le réécrire sous une forme adaptée, sinon mettre une croix dans la case.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
25					
-12					
-5.2					
$-\frac{12}{3}$					
$\frac{\sqrt{81}}{3}$					
$\frac{5}{4}$					
$\frac{2}{3}$					
$\sqrt{3}+2$					
$\frac{\pi}{3}$					

Notation:
- *Le Symbole "$\in$" signifie "appartient à", par exemple* $11 \in \mathbb{N}$; $11 \in \mathbb{D}$; $\pi \in \mathbb{R}$.
- *Le symbole "$\subset$" signifie "est inclus dans", par exemple* $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Propriété: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

[illegible]

Donner la nature d'un nombre, c'est donner le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

Exemple : • $-5,2 \in \mathbb{R}$, $-5,2 \in \mathbb{Q}$, $-5,2 \in \mathbb{D}$, et $-5,2 \notin \mathbb{Z}$, donc $-5,2$ est un nombre décimal.

• $\frac{5}{3} \in \mathbb{R}$, $\frac{5}{3}\mathbb{Q}$, mais $\frac{5}{3} \notin \mathbb{D}$, donc $\frac{5}{3}$ est un nombre rationnel.

II Multiples, diviseurs et nombres premiers

1 Multiples et diviseurs

Définition: *Pour a et b deux nombres entiers tels qu'il existe un nombre entier k avec $a = kb$, on dit que a est un **multiple** de b ou encore que b est un **diviseur** de a.*

Exemple $30 = 6 \times 5$ donc 30 est un multiple de 6, et 6 divise 30.

On a aussi que 30 est un multiple de 5, et 3 et 2 (car $6 = 3 \times 2$).

Les diviseurs de 30 sont donc 2, 3 et 5, et aussi 1 et 30 !

Définition: *Un nombre entier n est*
- ***pair** lorsque qu'il existe un entier p tel que $n = 2p$.*
- ***impair** lorsque qu'il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$.*

Exemple $62 = 2 \times 31$ est pair, tandis que $11 = 2 \times 5 + 1$ est impair.

2 Nombres premiers

Définition: *On appelle nombre premier tout nombre entier qui a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.*

Exemple : $11 = 11 \times 1$, n'est divisible que par 1 et lui-même : 11 est un nombre premier.
$63 = 7 \times 9$ n'est pas un nombre premier.

Remarques :
- 0 et 1 ne sont pas des nombres premiers : tout nombre divise 0, tandis que seul 1 divise 1.
- 2 est le plus petit nombre premier, et c'est le seul qui soit pair.
- Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2, 5, 7, 11, 13, 17, 19

Propriété: *Tout nombre entier non premier plus grand que 2 peut s'écrire, de manière unique, comme un produit de nombres premiers.*

Exemple : $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $600 = 6 \times 100 = 2 \times 3 \times (5 \times 2)^2 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

Activité : Carrelage d'une pièce

On souhaite carreler une pièce rectangulaire de longueur L=462 m et de largeur l=70 m, à l'aide de carrelages carrés. On souhaite de plus utiliser le plus petit nombre possible de carrelages, ou, en d'autres termes, des carrelages de côté le plus grand possible.
Quelle est la taille de ces carrelages ?

III Calcul numérique et algébrique sur les fractions

Propriété: *Pour tous nombres réels a, b, c,*

- $\dfrac{a \times c}{b \times c} = \dfrac{a}{b}$, *pour* $b \neq 0$ *et* $c \neq 0$
- $a \times \dfrac{b}{c} = \dfrac{a \times b}{c} = \dfrac{a}{c} \times b = a \times b \times \dfrac{1}{c}$, *pour* $c \neq 0$

Définition: *Une fraction est dite* **irréductible** *n'ont pas de diviseur commun autre que 1.*

Exemple

- $\dfrac{27}{4}$ est irréductible car 3 est le seul diviseur de 27 et 2 le seul de 4 (autre que 1).
- $\dfrac{18}{4} = \dfrac{2 \times 9}{2 \times 2} = \dfrac{9}{2}$, et $\dfrac{9}{2}$ est irréductible.
- $\dfrac{150}{105} = \dfrac{2 \times 3 \times 5^2}{3 \times 5 \times 7} = \dfrac{10}{7}$ et $\dfrac{10}{7}$ est irréductible.

Définition: *On appelle inverse du nombre a non nul, le nombre $\dfrac{1}{a}$.*

Exemple : L'inverse de 2 est $\dfrac{1}{2} = 0,5$.

Propriété: *L'inverse de la fraction $\dfrac{a}{b}$, où a et b sont des nombres non nuls, est $\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \dfrac{b}{a}$.*

Exemples : • L'inverse de $\dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{1}{\frac{2}{3}} = \dfrac{3}{2}$.

• $\dfrac{3}{\frac{5}{2}} = 3 \times \dfrac{1}{\frac{5}{2}} = 3 \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{6}{5}$

Exercice 1 Écrire sous la forme d'une seule fraction irréductible les expressions suivantes :

$A = \dfrac{5}{2} + \dfrac{8}{3}$ $\quad B = \dfrac{7}{12} - \dfrac{2}{3}$ $\quad C = 2 + \dfrac{5}{7}$ $\quad D = 4 + \dfrac{3}{9}$ $\quad E = \dfrac{1}{\frac{2}{5}}$ $\quad F = \dfrac{4}{\frac{2}{6}}$ $\quad G = \dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{10}{6}}$ $\quad H = \dfrac{\frac{7}{9}}{\frac{14}{27}}$

$I = \dfrac{5}{7} \times \dfrac{4}{15}$ $\quad J = \dfrac{\frac{8}{9}}{\frac{3}{5}}$ $\quad K = \dfrac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{6}}$ $\quad L = \dfrac{\frac{8}{3}}{6}$ $\quad M = 1 + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{2 - \frac{5}{3}}$ $\quad N = \dfrac{2}{\frac{x+1}{3}}$ $\quad P = \dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x+2}$

$$Q = \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{5x} \qquad R = 5 + \frac{3}{2+x} \qquad S = 2 + \frac{\frac{1}{3}x}{x+1} \qquad T = \frac{1}{2-3x} - \frac{1}{2+3x} \qquad U = 1 - \frac{\frac{3}{2}(x+1)}{x}$$

IV Calcul algébrique

1 Dévelopement

Définition: ***Développer*** *une expression algébrique consiste à transformer les produits de plusieurs termes en sommes ou différences :*
Pour tous nombres réels a, b, c, d et k, on a :

- $k(a+b) = ka + kb$ • $k(a-b) = ka - kb$
- $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exercice 2 Développer les expressions suivantes, et regrouper et ordonner les termes :

$A(x) = 3(x+2)$ $B(x) = -2(3x-4)$ $C(x) = -(x-6)$ $D(x) = 3-(-3x+6)$ $E(x) = (x+2)(x+3)$
$F(x) = (2x+2)(3x+3)$ $G(x) = (x-2)(-2x+3)$ $H(x) = (x+2)(2x-3)$ $I(x) = (3-2x)(3x-2)$
$J(x) = (-x+2)(-2x-2)$ $K(x) = (5x+2)(-2+3x)$ $L(x) = 2x^2 - (2x+3)(2x-2)$

2 Carré d'un nombre

Définition: *Le **carré** d'un nombre réel a, noté a^2, est le produit de ce nombre par lui-même :*

$$a^2 = a \times a$$

Le carré de a, a^2, est l'aire du carré de côté a.

Exemples : $3^2 = 3 \times 3 = 9$; $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$; $-5^2 = -5 \times 5 = -25$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$; $\frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$

$(2+1)^2 = (2+1)(2+1) = 3 \times 3 = 9$

Attention : En général, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$!

$(a + b)$

Propriété: *Pour tous nombres réels a et b, on a :*

- $(ab)^2 = a^2b^2$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

Exemples : $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

$(-5)^2 = (-1 \times 5)^2 = (-1)^2 \times 5^2 = 25$

$(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$; $0,6^2 = \left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{6^2}{10^2} = \frac{36}{100} = 0,36$

Exercice 3 Démontrer que le carré d'un nombre pair est aussi un nombre pair.

3 Carré d'une expression algébrique : identités remarquables

Ce sont les cas particuliers :

- $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Propriété:
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad$ $(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$ $\qquad$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Exercice 4 Développer : $A = (2+3)^2$ $\quad B = (5-2)^2$ $\quad C = (-2+3)^2$ $\quad D = (-2-1)^2$

$E = \Big((1+3)^2 - 1\Big)^2$ $\quad F = (x+2)^2$ $\quad G = (x-3)^2$ $\quad H = (x-y)^2$ $\quad I = (x-2)(x+2)$

$J = (2x-3)(2x+3)$ $\quad K = (x-2y)(x+2y)$ $\quad L = (2x+3)^2$ $\quad M = (3x-2)^2$ $\quad P = \left(3x + \frac{1}{3}\right)^2$

$Q = \left(\frac{1}{2}x - 4\right)^2$ $\quad R = (x+2)(2x-3)(-3x+1)$ $\quad S = (3x-4)^2(x+2)$ $\quad T = (x+3)^3$ $\quad U = (2x-1)^3$

4 Factorisation

Définition: ***Factoriser*** *une expression consiste à tranformer les sommes et différences en produits.*
Pour factoriser une expression, on peut soit :
- *identifier un terme commun et le mettre en facteur*
- *utiliser une identité remarquable*

Exemples :

1. $3x + 2x = x(3+2) = 5x$
2. $6x - kx = x(6-k)$
3. $3(x+2) + (x+1)(x+2) = (x+2)\Big(3 + (x+1)\Big) = (x+2)(x+4)$
4. $(x+1)(3x+2) + (x+1)(x+5) = (x+1)\Big((3x+2) + (x+5)\Big) = (x+1)(4x+7)$
5. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$
6. $(3x+2)^2 - (x+2)^2 = \Big((3x+2)+(x+2)\Big)\Big((3x+2)-(x+2)\Big) = (4x+4)(2x) = 4(x+1)(2x) = 8x(x+1)$

Exercice 5 Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = (2x-3)(x-2) + (2x-3)(x+4)$ $\quad B(x) = (x-3)(3x-7) - (x-3)(x+4)$

$C(x) = (5x+3)(x+2) + (3-4x)(x+2)$ $\quad D(x) = (2x+2)(3x-3) - (x-3)(2x+2)$

$E(x) = (3x^2+2x)(x-6) - (x+7)(3x^2+2x)$ $\quad F(x) = (-2x+5)^2 + (-2x+5)(3x-4)$

$G(x) = (x+2)^2 - 9$ $\quad H(x) = (2x+3)^2 - (x-3)^2$ $\quad I(x) = 2(x^2-9) - (x-3)(x+2)$

Exercice 6 On considère l'expression algébrique $A(x) = (3x+2)(-x+1) - (3x+2)(x-2)$.

1. Donner les expressions développée et factorisée de $A(x)$.
2. Calculer $A(0)$, $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$, $A(-1)$ et $A(-2)$.

Exercice 7 On considère l'expression algébrique $B(x) = \dfrac{x+2}{2x-3} - \dfrac{x+2}{3x-2}$

1. Écrire $B(x)$ sous la forme d'une fraction dont les numérateurs et dénominateurs sont développés.
2. Écrire $B(x)$ sous la forme d'une fraction dont les numérateurs et dénominateurs sont factorisés.
3. Calculer $B(0)$, $B(1)$, $B(-1)$, $B(2)$, $B(-2)$, $B\left(\dfrac{1}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{2}{3}\right)$, $B\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

Exercice 8 Écrire sous la forme d'une seule fraction irréductible : $a = \dfrac{6x+12}{2x}$

$b = \dfrac{x^2+2x}{x^2+3x}$ $\quad c = \dfrac{x}{\dfrac{3x}{6x+12}}$ $\quad d = \dfrac{4}{x} \times \dfrac{\frac{1}{2}x^2}{x^2-3x}$ $\quad e = \dfrac{2(x+1)-(x-3)(x+1)}{x^2+x}$ $\quad f = \dfrac{\dfrac{x^2+x}{x-3}}{\dfrac{x+1}{x^2-9}}$

Exercice 9 Démontrer que la carré d'un nombre impair est aussi un nombre impair.

V Racine carrée

1 Définition

Définition: *La* ***r****acine carrée d'un nombre réel positif a, notée* $\sqrt{a}$*, est le nombre dont le carré est égal à a :*

Pour $a \geqslant 0$, $\sqrt{a}$ *est le nombre réel tel que* $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Exemples : $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$; $\sqrt{121} = 11$ car $11^2 = 121$;
Pour $x \geqslant 0$, $\sqrt{4x^2} = 2x$ car $(2x)^2 = (2x) \times (2x) = 4x^2$
$\sqrt{2} = \ldots \sqrt{2}$ qui est le nombre réel tel que $\sqrt{2}^2 = 2$

2 Règles de calcul sur les radicaux

Propriété: *Soit a et b deux nombres positifs, alors :*

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Mais, comme pour les identités remarquables, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, et $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$.

Exemples :
- $\sqrt{9\times 16}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}=3\times 4=12$
- $\sqrt{\dfrac{49}{25}}=\dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}}=\dfrac{7}{5}$.
- $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)=\sqrt{2}^2+\sqrt{2}\sqrt{8}=2+\sqrt{16}=2+4=6$
- $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}=7$

Exercice 10 Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$A=\sqrt{27}\times 5\sqrt{6}$; $B=7\sqrt{75}-2\sqrt{12}$; $C=2\sqrt{5}+\sqrt{0,0045}$; $D=\left(11\sqrt{5}-5\sqrt{11}\right)\left(11\sqrt{5}+5\sqrt{11}\right)$

Exercice 11 1. Calculer le nombre $X=\sqrt{10-\sqrt{84}}+\sqrt{10+\sqrt{84}}$ à la calculatrice.

1. Développer X^2, puis en déduire X, et retrouver le résultat précédent.
2. Mêmes questions avec $Y=\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}$ et $Z=\sqrt{15-\sqrt{216}}+\sqrt{15+\sqrt{216}}$.

Exercice 12 1. Soit $X=\sqrt{24}-\sqrt{6}$. Calculer X^2, puis en déduire la valeur de X.

2. Soit $X=\sqrt{50}-\sqrt{8}$. Calculer X^2, puis en déduire la valeur de X.

3 Méthode pour rendre entier un dénominateur comportant une racine carrée

Exemple : Écrire les fractions sans racine carrée au dénominateur : $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$; $\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$; $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

Méthode 1 : Le dénominateur est un produit ayant pour facteur $\sqrt{a}$ (avec a positif) : on multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{a}$, et on utilise la règle $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.

Exemple : $\dfrac{7}{3\sqrt{5}}=\dfrac{7}{3\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{7\sqrt{5}}{15}$

Méthode 2 : Le dénominateur est une somme dont les termes contiennent une racine carré,

1. Si le dénominateur s'écrit $a+\sqrt{b}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par $a-\sqrt{b}$;
2. Si le dénominateur s'écrit $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

Exemples : $\dfrac{3}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{3\times(2-\sqrt{3})}{\left(2+\sqrt{3}\right)\times(2-\sqrt{3})}=3(2-\sqrt{3})$

$$\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{6\times(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)(\sqrt{5}+\sqrt{2})}=\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}=2(\sqrt{5}+\sqrt{2})$$

Exercice 13 Ecrire les nombres suivants sous forme d'une seule fraction sans radicaux au dénominateur :

$a=\dfrac{7}{2\sqrt{3}}$; $b=\dfrac{14}{3\sqrt{7}}$; $c=\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$; $d=\dfrac{2+\sqrt{10}}{1+\sqrt{10}}$; $e=\dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; $f=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

$g=\dfrac{2}{4-\sqrt{2}}$; $h=\dfrac{3}{4\sqrt{2}-3}$; $i=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$; $j=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; $k=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$

$l=\dfrac{1}{\sqrt{2}-2}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$; $m=\dfrac{\sqrt{3}x}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}$; $n=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$; $p=\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$

VI Puissance d'un nombre

1 Règles de calcul sur les puissances

Définition: *Si a est un nombre et n un entier naturel non nul, on appelle puissance n-ième de a, le nombre $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ termes}}$. On pose, pour $a \neq 0$, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.*

Par convention, on pose $a^0 = 1$, pour tout nombre a non nul.

Exemple : $3^2 = 9$; $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$; $2^{-2} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$; $-3^2 = -3 \times 3 = -9$

$3^4 \times 3^5 = \underbrace{3 \times \cdots \times 3}_{4 \text{ termes}} \times \underbrace{3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ termes}} = \underbrace{3 \times \cdots \times 3}_{9 \text{ termes}} = 3^9$

$\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{2} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{5^2}{2^2}$; $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -3^3 = -27$

$4^5 \times 4^{-2} = 4^5 \times \dfrac{1}{4^2} = \dfrac{4 \times \cdots \times 4}{4 \times 4} = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

Propriété: *Si a et b sont des nombres et n et m des entiers relatifs, alors*

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Exemple : $2^3 \times 2^2 = 2^5$; $5^7 \times 5^{-4} = 5^3$; $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \dfrac{2^3}{5^3} = \dfrac{8}{125}$

Exercice 14 Simplifier les expressions suivantes : $A = a^2 \times a^5 \times a^{-3}$ $B = a \times a^3$ $C = \dfrac{x}{x^3}$

$D = \dfrac{(3x)^2}{6x}$ $E = (a^{-2})^3 \times a$ $F = (a^{-5}b^2)^{-1} \times ab^{-3}$ $G = \dfrac{a^5b^{-4}}{a^{-5}b^{-2}}$ $H = \dfrac{16^{-4} \times 3^{21}}{6^3 \times 9^7}$ $I = (-2x^5)^{-4}$

$J = -2x^3 \times 5x \times 3^{-2}x^{-5}$ $K = \dfrac{2^{-5} \times (-6)^3 \times 3^{-4}}{-9^{-2} \times 8^{-4}}$ $L = \dfrac{ab^{-3}(a^{-2}b^3)(ab^{-1})^2}{(ab^2)^{-1}ab}$

Exercice 15 On sait que $b^3 = 5,832$ et $b^5 = 18,89$. Sans calculer b, calculer b^2 et b^6. En déduire b.

2 Cas des puissances de 10

Propriété: *Si n est un entier naturel,*

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ fois}} = 1\underbrace{00\cdots0}_{n \text{ zéros}} \text{ , et, } 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00\cdots0}_{n \text{ zéros}}1$$

Ex : $10^2 = 100$; $10^5 = 100\,000$; $10^{-1} = 0,1$; $10^{-4} = 0,000\,4$

Exercice 16   Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 :

$I = 1000^7 \times 0,01^{10}$; $J = \dfrac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}$; $K = \dfrac{(0,001)^3(-10000)^5}{(0,01)^{-4}}$; $L = \dfrac{(0,0001)^{-4}(10000)^5(-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$

3 Ecriture scientifique

Propriété: *Tout nombre réel r peut s'écrire sous la forme $r = \pm M \times 10^n$, où M est un nombre décimal tel que $1 \leq M < 10$, et n est un entier relatif.*
Cette écriture s'appelle l'écriture scientifique du nombre r.

Exemple : $126 = 1,26 \times 10^2$, $232\,519 = 2,325\,19 \times 10^5$, $0,000\,0536 = 5,36 \times 10^{-5}$